Sheet 5

December 17, 2020

12) Sia V uno spazio vettoriale su un campo K, e sia n la dimensione di V. Sia $m < n$ e siano $f_1, \ldots, f_m \in V^\vee$ dei funzionali lineari. Dimostrare che esiste $0 \neq x \in V$ tale che $f_1(x) = f_2(x) \ldots = f_m(x) = 0$.

13) Sia V uno spazio vettoriale su un campo K. Sia $S = \{v_1, \ldots, v_k\} \subset V$ un insieme di vettori linearmente indipendenti. Si consideri $u \in V \setminus \langle S \rangle$; dimostrare che $S \cup \{u\}$ è un insieme di vettori linearmente indipendenti.

14) Sia data la seguente base di $\mathbb{R}^3$:

$$\mathcal{B} = \{e_1 - e_2,\, e_1 + e_2,\, e_3\}$$

dove e_i sono i vettori della base canonica. Determinare la base duale.